División Sintética

1.- Encuentre las raíces y la factorización en factores de primer grado de:

$$p(x) = x^4 - 3x^2 + 2x \qquad \text{(20 puntos)}$$

2.- Encontrar el cuociente y el resto cuando el polinomio $3x^3 - 4x + 2$ es dividido por x + 3 usando división sintética.

Sol: $cuociente: = 3x^2 - 9x + 23$
$resto: \quad = -67$

3.- En cada una de las siguientes ecuaciones compruebe, por división sintética, que el valor indicado para x_1 es raíz de la ecuación y determine las otras raíces reales si existen:

a) $4x^3 + 3x^2 - 5x - 2 = 0 \quad ; x_1 = 1$ Sol: $\dfrac{-7 \pm \sqrt{17}}{8}$

b) $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0 \quad ; x_1 = -2$ Sol: 1 y 3

c) $2x^3 - 11x^2 + 17x - 6 = 0 \quad ; x_1 = 2$ Sol: $\dfrac{1}{2}$ y 3

d) $x^3 - 7x^2 + 13x - 3 = 0 \quad ; x_1 = 3$ Sol: $2 \pm \sqrt{3}$

e) $x^3 + 3x^2 - 2x - 4 = 0 \quad ; x_1 = -1$ Sol: $-1 \pm \sqrt{5}$

f) $x^3 - 7x^2 + 12x - 10 = 0 \quad ; x_1 = 5$ Sol: no existen

4.- Sabiendo que $x_1 = \frac{1}{2}$ y $x_2 = -\frac{1}{2}$ son raíces de la ecuación $4x^4 + ax^3 + bx^2 + 5x - 4 = 0$ determinar sus otras raíces.

Sol: $x_3 = 1 \quad , \quad x_4 = 4$

5.- Sea $p(x) = 2x^5 + 10x^4 - 14x^3 - bx^2 + ax.$ Si $p(1) = p(-5) = 0$ escribir p(x) como producto de factores de primer grado.

Sol: $p(x) = 2x(x-1)(x-2)(x+3)(x+5)$

6.- Resuelva la ecuación: $\left(9x^2 + 3 + 12x\right)^2 + 1 = -18x^2 - 24 - 6$

Sol: $x = -\frac{2}{3}$ es raíz de multiplicidad cuatro

7.- De la ecuación $x^4 - x^3 - 15x^2 + 19x - 4 = 0$; determinar las raíces reales.

Sol:
$$x_1 = 2 - \sqrt{3}$$
$$x_2 = 2 + \sqrt{3}$$
$$x_3 = -4$$
$$x_4 = 1$$

8.- Encuentre todas las raíces racionales de $p(x) = (2-x)^5 + (x-1)^5 - 1$

$x_1 = 1, \qquad x_2 = 2$

9.- Determine para qué valores reales de k las raíces de la ecuación $(k-3)x^2 - 2kx + 6k = 0$

a) Son reales. $\left[0, \frac{18}{5}\right] - \{-3\}$

b) Son reales positivas. $Sol: \left]3, \frac{18}{5}\right[$

c) Son reales negativas. Sol: $\left]0, 3\right[$

d) Son complejas. Sol: $\left]0, \frac{18}{5}\right[$